

Pytania i zagadnienia do egzaminu z matematyki.

E oraz NT, II semestr 2015/2016.

Część pisemna egzaminu obejmuje zadania z całego materiału.

Aby przystąpić do części ustnej należy uzyskać zaliczenie ćwiczeń oraz pozytywną ocenę z części pisemnej. W części ustnej odpowiadamy z teorii - sprawdzane jest rozumienie pojęć i znajomość twierdzeń. Należy przynieść: .

legitymację studencką, papier do pisania, pióro lub długopis.

Po otrzymaniu pytań mamy czas na przygotowanie się do odpowiedzi. Proszę zwrócić uwagę na poprawność logiczną i gramatyczną przygotowywanych odpowiedzi. Symbol \otimes oznacza zagadnienia o szczególnym znaczeniu, a $\otimes\otimes$ obowiązkowe.

Wymagana jest znajomość rachunku różniczkowego w zakresie semestru pierwszego, w szczególności funkcji i umiejętność różniczkowania.

1. \otimes Definicje, własności i wykresy funkcji elementarnych. Własności logarytmu. (Semestr I).
2. \otimes Różniczka funkcji (Semestr I).
3. Definicja całki nieoznaczonej. Jej własności.
4. Całkowanie przez części. Zamiana zmiennych w całce nieoznaczonej.
5. \otimes Ułamki proste Rozkład funkcji wymiernych na sumę ułamków prostych i wielomianu. Całkowanie.
6. Obliczanie całek typu $\int \sin ax \sin bxdx$, $\int \sin ax \cos bxdx$, $\int \cos ax \cos bxdx$. Z jakich wzorów trygonometrycznych korzystamy?
7. Całki postaci $\int x^a \ln^b x dx$.
8. Korzystanie z wzorów rekurencyjnych.
9. $\otimes\otimes$ Definicja całki oznaczonej. Interpretacja geometryczna. Własności. **(Każdy musi odpowiedzieć na to pytanie.)**

$$\text{Wzór } \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \text{ NIE JEST DEFINICJA!!}$$

10. Obliczanie całek oznaczonych: twierdzenie Newtona, całkowanie przez części, zamiana zmiennych w całce oznaczonej.
11. \otimes Zastosowania geometryczne całki oznaczonej: pole obszaru płaskiego. Proste przykłady.
12. \otimes Całka niewłaściwa: całka z funkcji w przedziale nieograniczonym. Przykłady.

13. \otimes Definicje pochodnych cząstkowych.
14. \otimes Pochodna cząstkowa funkcji złożonej dwóch zmiennych.
15. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Lemat Schwarz'a.
16. Funkcja uwikłana: warunek istnienia i obliczanie jej pochodnej.
17. Ekstrema lokalne funkcji dwóch zmiennych.
18. \otimes Styczna i normalna do krzywej danej równaniem uwikłanym.
19. Definicja całki podwójnej.
20. Wyznaczanie granic całkowania i zamiana na całki iterowane.
21. Całka powierzchniowa jako uogólnienie całki podwójnej.
22. $\otimes\otimes$ Definicja szeregu liczbowego. Suma szeregu liczbowego. Zbieżność i rozbieżność. Warunek konieczny zbieżności szeregu.
23. \otimes Szereg geometryczny. Kiedy jest zbieżny?. Obliczanie sumy szeregu geometrycznego.
24. \otimes Szereg $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$ i jego zbieżność w zależności od parametru s .
25. \otimes Szereg harmoniczny - wykaż rozbieżność ($s = 1$).
26. Kryteria zbieżności: porównawcze, d'Alamberta, pierwiastkowe, całkowite, porównawcze Cauchy'ego, porównawcze ilorazowe..
27. Reszta szeregu i jej własności.
28. Szereg przemienny, kryterium Leibniza.
29. Szeregi funkcyjne. Zbieżność jednostajna. Czym się różni od zbieżności zwykłej (punktowej)?
30. Własności szeregów zbieżnych jednostajnie: ciągłość sumy szeregu, całkowanie, różniczkowanie.
31. Wzory Taylora i Maclaurina. (Semestr I).
32. \otimes Szeregi potęgowe i badanie ich zbieżności, w tym na końcach przedziałów.
33. Rozwinięcia w szeregi potęgowe funkcji e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$ i przedziały ich zbieżności. Otrzymywanie rozwinięć prostych funkcji złożonych, np. $\ln(1+ax)$, $e^{\frac{x}{b}}$, $\ln(1+x^2)$ itp.
34. Równania różniczkowe zwyczajne. R. r. rzędu pierwszego. Postać normalna. Zagadnienie Cauchy'ego dla takiego równania. Jednoznaczność rozwiązania zagadnienia Cauchy'ego.

35. R. r. o zmiennych rozdzielonych.
36. R. r. które można sprowadzić do r. r. o zmiennych rozdzielonych: jednorodne $y' = f(\frac{y}{x})$ oraz $y' = f(ax + by + c)$.
37. $\otimes\otimes$ R. r. linowe i metoda uzmienniania stałej. R. r. Bernoulli'ego.
Tylko NA
38. R. r. rodziny krzywych. Trajektorie i trajektorie ortogonalne rodziny krzywych.
Tylko EL
39. Współrzedne biegunowe i ich związek z współrzednymi kartezjańskimi.
40. \otimes Przestrzeń $L^2_{(a,b)}$. Iloczyn skalarny w tej przestrzeni.
41. \otimes Układy: ortogonalny i ortonormalny funkcji.
42. Współczynniki Fouriera. Skąd się biorą i jaką mają własność?
43. Szereg Fouriera funkcji f ($SF(f)$)
44. Szereg trygonometryczny Fouriera funkcji f ($STF(f)$).
45. \otimes Jakie warunki muszą być spełnione aby dla $x \in D_f$ zachodziła tożsamość $STF(f)(x) = f(x)$?
46. \otimes Sporządzanie wykresu funkcji okresowej $STF(f)(x)$ na podstawie wykresu funkcji $f(x)$.
47. \otimes Wzór Eulera.
48. \otimes Definicja oryginału i przekształcenia Laplace'a.
49. Własności przekształcenia Laplace'a (liniowość).
50. Zastosowanie do rozwiązywania r. r. liniowych.