

# Pytania i zagadnienia do egzaminu z matematyki.

## E oraz NT, II semestr 2013/2014.

Część pisemna egzaminu obejmuje zadania z całego materiału.

Aby przystąpić do części ustnej należy uzyskać zaliczenie ćwiczeń oraz pozytywną ocenę z części pisemnej. W części ustnej odpowiadamy z teorii - sprawdzane jest rozumienie pojęć i znajomość twierdzeń. Należy przynieść: .

**indeks, karty zaliczeń, papier do pisania, pióro lub długopis.**

Po otrzymaniu pytań mamy czas na przygotowanie się do odpowiedzi. Proszę zwrócić uwagę na poprawność logiczną i gramatyczną przygotowywanych odpowiedzi.

Wymagana jest znajomość rachunku różniczkowego w zakresie semestru pierwszego, w szczególności funkcji i umiejętność różniczkowania.

1. ⊗Definicje, własności i wykresy funkcji elementarnych. Własności logarytmu. (Semestr I).
2. ⊗Różniczka funkcji.
3. Definicja całki nieoznaczonej. Jej własności.
4. Całkowanie przez części. Zamiana zmiennych w całce nieoznaczonej.
5. Ułamki proste Rozkład funkcji wymiernych na sumę ułamków prostych i wielomianu. Całkowanie.
6. Obliczanie całek typu  $\int \sin ax \sin bxdx$ ,  $\int \sin ax \cos bxdx$ ,  $\int \cos ax \cos bxdx$ . Z jakich wzorów korzystamy?
7. Całki postaci  $\int x^a \ln^b x dx$ .
8. ⊗Definicja całki oznaczonej. Interpretacja geometryczna. Własności. (Każdy musi odpowiedzieć na to pytanie.)
9. Obliczanie całek oznaczonych: twierdzenie Newtona, całkowanie przez części, zamiana zmiennych w całce oznaczonej.
10. Współrzędne biegunowe i ich związek z współrzędnymi kartezjańskimi.
11. ⊗Zastosowania geometryczne całki oznaczonej: pole obszaru płaskiego.
12. ⊗Dwa rodzaje całek niewłaściwych: całka z funkcji w przedziale nieograniczonym i całka z funkcji nieograniczonej w przedziale. Przykłady.
13. ⊗Definicje pochodnych cząstkowych.
14. Pochodna cząstkowa funkcji złożonej.
15. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Lemat Schwarza.

16. Wzór Taylora dla funkcji 2 zmiennych.
17. Funkcja uwikłana: warunek istnienia i obliczanie jej pochodnej.
18. Styczna i normalna do krzywej danej równaniem uwikłanym.
19. ⊗Definicja szeregu liczbowego. Suma szeregu liczbowego. Zbieżność i rozbieżność. Warunek konieczny zbieżności szeregu.
20. ⊗Szereg geometryczny. Kiedy jest zbieżny?. Wzór na sumę.
21. ⊗Szereg harmoniczny - wykaż rozbieżność
22. Kryteria zbieżności: porównawcze, d'Alamberta, pierwiastkowe, całkowite, porównawcze Cauchy'ego, porównawcze ilorazowe..
23. Reszta szeregu i jej własności.
24. ⊗Szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$  i jego zbieżność w zależności od parametru  $s$ .
25. Szereg przemienny, kryterium Leibniza.
26. Działania algebraiczne na szeregach: dodawanie, iloczyn Cauchy'ego.
27. Szeregi funkcyjne. Zbieżność jednostajna. Czym się różni od zbieżności zwykłej (punktowej)?
28. Własności szeregów zbieżnych jednostajnie: ciągłość sumy szeregu, całkowanie, różniczkowanie.
29. Wzory Taylora i Maclaurina.
30. ⊗Szeregi potęgowe i badanie ich zbieżności, w tym na końcach przedziałów.
31. Rozwinięcia w szeregi potęgowe funkcji  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$  i przedziały ich zbieżności. Otrzymywanie rozwinięć prostych funkcji złożonych, np.  $\ln(1+ax)$ ,  $e^{\frac{x}{b}}$ ,  $\ln(1+x^2)$  itp.
32. Przestrzeń  $L^2_{(a,b)}$ . Iloczyn skalarny w tej przestrzeni.
33. Układy: ortogonalny i ortonormalny funkcji.
34. Współczynniki Fouriera. Skąd się biorą i jaką mają własność?
35. Szereg Fouriera funkcji  $f$  ( $SF(f)$ )
36. Szereg trygonometryczny Fouriera funkcji  $f$  ( $STF(f)$ ).
37. Jakie warunki muszą być spełnione aby dla  $x \in D_f$  zachodziła tożsamość  $STF(f)(x) = f(x)$ ?
38. Sporządzanie wykresu funkcji okresowej  $STF(f)(x)$  na podstawie wykresu funkcji  $f(x)$ .

39. Równania różniczkowe zwyczajne. R. r. rzędu pierwszego. Postać normalna. Zagadnienie Cauchy'ego dla takiego równania. Jednoznaczność rozwiązania zagadnienia Cauchy'ego.
40. R. r. linowe i metoda uzmienniania stałej. R. r. Bernoulli'ego. R. r. jednorodne  $y' = f(\frac{y}{x})$ .
41. R. r. rodziny linii. trajektorie i trajektorie ortogonalne.

### Tylko E

1. Definicja i własności całki podwójnej. Wyznaczanie granic całkowania. Zamiana na całkę iterowaną
2. Wzór Eulera.
3. Oryginał. Przekształcenie Laplace'a i jego jednoznaczność.
4. Własności przekształcenia Laplace'a.
5. Zastosowanie do r. r. liniowych