

Pytania i zagadnienia do egzaminów i zaliczeń z matematyki

MiBM, S1, I semestr 2015/16

Na egzaminy i zaliczenia przedmiotu przychodzimy z legitymacją studencką. Każdy egzamin składa się z 2 części: pisemnej i ustnej. Z obu części należy otrzymać ocenę pozytywną, to jest ok. 55%-60% z części pisemnej i ok. 70% z części ustnej. W części pisemnej rozwiązujemy zadania. **Należy przynieść ze sobą 4-5 arkuszy papieru w kratkę, formatu A3.** Prace na kartkach innego formatu nie będą odbierane. Można przynieść prosty kalkulator, linijkę. Nie wolno używać telefonów, również jako kalkulatora, ani innych urządzeń. W części ustnej odpowiadamy na pytania z teorii. Po wejściu na salę otrzymujemy pytania. Odpowiedzi przygotowujemy na kartce papieru, z którą podchodzimy do odpowiedzi. Sprawdzana jest znajomość i rozumienie definicji, twierdzeń, sposobu ich formułowania, notacji matematycznej. Przygotowując się do części pisemnej należy równocześnie uczyć się teorii! **TO JEST JEDEN EGZAMIN!** Proszę zwrócić uwagę na poprawność wypowiedzianych twierdzeń, definicji itd., również pod kątem zgodności z regułami języka polskiego. Nie należy próbować formułować twierdzeń, definicji itd. własnymi słowami. Pytania i zagadnienia obejmują zakres wymaganej wiedzy teoretycznej oraz opis wymaganych umiejętności praktycznych.

Wykład i ćwiczenia opierają się na wiadomościach i umiejętnościach które powinny zostać nabyte w szkole ponadgimnazjalnej. Niektóre z poniższych punktów przypominają o tym.

UWAGA! Ze względów redakcyjnych kolejność pytań różni się od kolejności materiału na wykładzie i ćwiczeniach. Szczegółowej uwadze polecam zagadnienia oznaczone symbolami ♠ oraz ♠♠.

Rachunek różniczkowy

1. ♠ Odległość na prostej, na płaszczyźnie i w przestrzeni trójwymiarowej. Otoczenie punktu.
2. ♠♠ Definicja funkcji. Funkcje: monotoniczna, monotoniczna przedziałami, różnowartościowa, wzajemnie jednoznaczna, odwrotna do danej, ograniczona, okresowa.
3. ♠♠ Definicja ciągu. Definicja granicy ciągu. "Prawie wszystkie wyrazy ciągu".
4. ♠♠ Definicja granic niewłaściwych ciągów: $+\infty$ oraz $-\infty$. Ciąg rozbieżny.
5. Twierdzenia o ciągach (tw. o trzech ciągach itd.). Dowody.
6. ♠ Wzór dwumianowy Newtona. Symbole Newtona. Liczba e . Ciąg $(1 + \frac{1}{n})^n$.

7. Granice innych wybranych ciągów.
8. ♠♠ Ciąg geometryczny. Suma ciągu geometrycznego
9. ♠♠ Definicja granicy funkcji jednej zmiennej o wartościach w R . Granice niewłaściwe.
10. Granice jednostronne.
11. Potęgowanie i funkcja wykładnicza. Rozwiązywanie prostych równań wykładniczych.
12. ♠ Definicja logarytmu i jego własności. Funkcja logarytmiczna. Rozwiązywanie prostych równań logarytmicznych.
13. ♠♠ Definicje, własności i wykresy funkcji elementarnych : wartość bezwzględna, wielomiany, f. homograficzna, f. wymierne, f. trygonometryczne, f. cyklometryczne, f. wykładnicze, f. logarytmiczne.
14. ♠♠ Wartości funkcji elementarnych w punktach charakterystycznych dla danej funkcji, zachowanie się funkcji elementarnych na krańcach przedziału określoności.
15. ♠ Rozwiązywanie prostych równań i nierówności: z wartością bezwzględną, wymiernych, np. $|x - a| > b$, $\frac{x-a}{x-b} = x$, itp.
16. ♠ Związki nierówności: $f(x) > 0$, $f(x) < 0$ z położeniem wykresu funkcji.
17. ♠ Wzory trygonometryczne: $\cos(\alpha \pm \beta)$, $\sin(\alpha \pm \beta)$, jedynkowy, podwójnego kąta.
18. ♠ Ciągłość funkcji. Własności funkcji ciągłych.
19. Wybrane granice specjalne funkcji.
20. ♠♠ Def. pochodnej funkcji. Interpretacja geometryczna. Pochodne jednostronne. Obliczanie na podstawie definicji pochodnych prostych funkcji, n.p. x^3 , \sqrt{x} , $\frac{1}{x}$ itp.
21. ♠♠ Styczna i normalna do wykresu funkcji.
22. Własności pochodnej. ♠ Pochodne funkcji elementarnych.
23. ♠ Ciągłość funkcji różniczkowalnej. Dowód. Przykład funkcji ciągłej, nieróżniczkowalnej.
24. ♠ Różniczka funkcji i interpretacja geometryczna. Zastosowanie.
25. ♠ Tw. Rolla - Lagrange'a. Wnioski. Dowody.
26. Reguła de l'Hospitala.

27. ♠ Wyznaczanie dziedzin funkcji złożonych (inaczej: rozwiązywanie równań i nierówności różnych typów!).
28. ♠ Definicje minimum i maksimum lokalnego funkcji jednej zmiennej. Warunki: konieczny i pierwszy dostateczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej. Przedziały monotoniczności.
29. Definicja pochodnej rzędu n . Pochodne rzędu n wybranych funkcji.
30. ♠♠ Wzory: Taylora i Maclaurina. Reszta Lagrange'a.
31. ♠ Wzory Maclaurina dla wybranych funkcji.
32. ♠ Drugi warunek dostateczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej. Przedziały wypukłości i punkty przegięcia.
33. ♠ Asymptoty wykresu funkcji.
34. ♠♠ Badanie przebiegu zmienności funkcji. Krysicki, Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, dwa rozdziały: 10 i 13? oraz funkcje takie, jak $\arctg(x^2 - 2x)$, $\arctg(x - \sqrt{x})$, $\arcsin(\cos x - \frac{1}{2})$, $\arcsin(1 - \sqrt{x})$.
35. ♠ Elipsa, hiperbola. Jak powstają? Równania kanoniczne elipsy i hiperboli.

Rachunek całkowy (tylko punkty zrealizowane na wykładzie).

1. Definicja całki nieoznaczonej. Jej własności. Całki funkcji elementarnych.
2. Całkowanie przez części.
3. Zamiana zmiennych w całce nieoznaczonej. $\int f(ax + b)dx$.
4. $\int \sin ax \cos bxdx$, $\int \cos ax \cos bxdx$, $\int \sin ax \sin bxdx$.