

Pytania i zagadnienia do egzaminu z matematyki.

E oraz NT, II semestr 2014/2015.

Część pisemna egzaminu obejmuje zadania z całego materiału.

Aby przystąpić do części ustnej należy uzyskać zaliczenie ćwiczeń oraz pozytywną ocenę z części pisemnej. W części ustnej odpowiadamy z teorii - sprawdzane jest rozumienie pojęć i znajomość twierdzeń. Należy przynieść: .

legitymację studencką, papier do pisania, pióro lub długopis.

Po otrzymaniu pytań mamy czas na przygotowanie się do odpowiedzi. Proszę zwrócić uwagę na poprawność logiczną i gramatyczną przygotowywanych odpowiedzi. Symbol \otimes oznacza zagadnienia o szczególnym znaczeniu.

Wymagana jest znajomość rachunku różniczkowego w zakresie semestru pierwszego, w szczególności funkcji i umiejętność różniczkowania.

1. \otimes Definicje, własności i wykresy funkcji elementarnych. Własności logarytmu. (Semestr I).
2. \otimes Różniczka funkcji.
3. Definicja całki nieoznaczonej. Jej własności.
4. Całkowanie przez części. Zamiana zmiennych w całce nieoznaczonej.
5. \otimes Ułamki proste Rozkład funkcji wymiernych na sumę ułamków prostych i wielomianu. Całkowanie.
6. Obliczanie całek typu $\int \sin ax \sin bxdx$, $\int \sin ax \cos bxdx$, $\int \cos ax \cos bxdx$. Z jakich wzorów korzystamy?
7. Całki postaci $\int x^a \ln^b x dx$.
8. $\otimes\otimes$ Definicja całki oznaczonej. Interpretacja geometryczna. Własności. **(Każdy musi odpowiedzieć na to pytanie.)**

$$\text{Wzór } \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \text{ NIE JEST DEFINICJA!!}$$

9. Obliczanie całek oznaczonych: twierdzenie Newtona, całkowanie przez części, zamiana zmiennych w całce oznaczonej.
10. \otimes Zastosowania geometryczne całki oznaczonej: pole obszaru płaskiego. Proste przykłady.
11. \otimes Całka niewłaściwa: całka z funkcji w przedziale nieograniczonym. Przykłady.
12. \otimes Definicje pochodnych cząstkowych.

13. ⊗Pochodna cząstkowa funkcji złożonej.
14. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Lemat Schwarz'a.
15. Funkcja uwikłana: warunek istnienia i obliczanie jej pochodnej.
16. Styczna i normalna do krzywej danej równaniem uwikłanym.
17. ⊗Definicja szeregu liczbowego. Suma szeregu liczbowego. Zbieżność i rozbieżność. Warunek konieczny zbieżności szeregu.
18. ⊗Szereg geometryczny. Kiedy jest zbieżny?. Wzór na sumę.
19. ⊗Szereg harmoniczny - wykaż rozbieżność.
20. Kryteria zbieżności: porównawcze, d'Alamberta, pierwiastkowe, całkowite, porównawcze Cauchy'ego, porównawcze ilorazowe..
21. Reszta szeregu i jej własności.
22. ⊗Szereg $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$ i jego zbieżność w zależności od parametru s .
23. Szereg przemienny, kryterium Leibniza.
24. Szeregi funkcyjne. Zbieżność jednostajna. Czym się różni od zbieżności zwykłej (punktowej)?
25. Własności szeregów zbieżnych jednostajnie: ciągłość sumy szeregu, całkowanie, różniczkowanie.
26. Wzory Taylora i Maclaurina. (Semestr I).
27. ⊗Szeregi potęgowe i badanie ich zbieżności, w tym na końcach przedziałów.
28. Rozwinięcia w szeregi potęgowe funkcji e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$ i przedziały ich zbieżności. Otrzymywanie rozwinięć prostych funkcji złożonych, np. $\ln(1+ax)$, $e^{\frac{x}{b}}$, $\ln(1+x^2)$ itp.
29. Równania różniczkowe zwyczajne. R. r. rzędu pierwszego. Postać normalna. Zagadnienie Cauchy'ego dla takiego równania. Jednoznaczność rozwiązania zagadnienia Cauchy'ego.
30. ⊗R. r. linowe i metoda uzmienniania stałej. R. r. Bernoulli'ego.

Tylko E

1. Współrzędne biegunowe i ich związek z współrzędnymi kartezjańskimi.
2. R. r. liniowe rzędu 2 oraz r. r. Eulera.
3. Przestrzeń $L^2_{(a,b)}$. Iloczyn skalarny w tej przestrzeni.

4. \otimes Układy: ortogonalny i ortonormalny funkcji.
5. Współczynniki Fouriera. Skąd się biorą i jaką mają własność?
6. Szereg Fouriera funkcji f ($SF(f)$)
7. Szereg trygonometryczny Fouriera funkcji f ($STF(f)$).
8. Jakie warunki muszą być spełnione aby dla $x \in D_f$ zachodziła tożsamość $STF(f)(x) = f(x)$?
9. Sporządzanie wykresu funkcji okresowej $STF(f)(x)$ na podstawie wykresu funkcji $f(x)$.
10. \otimes Wzór Eulera.
11. Definicja oryginału i przekształcenia Laplace'a.
12. Własności przekształcenia Laplace'a (liniowość).
13. Zastosowanie do r. r. liniowych