

Pytania i zagadnienia do egzaminów i zaliczeń z matematyki

EL, S1, I semestr 2018/19

Na egzaminy i zaliczenia przedmiotu przychodzimy z legitymacją studencką. Każdy egzamin (zaliczenie przedmiotu) składa się z 2 części: pisemnej i ustnej. Z obu części należy otrzymać ocenę pozytywną, to jest ok. 55%-60% z części pisemnej i ok. 70% z części ustnej. W części pisemnej rozwiązujemy zadania. **Należy przynieść ze sobą 4-5 arkuszy papieru w kratkę, formatu A3.** Prace na kartkach innego formatu nie będą odbierane. Można przynieść prosty kalkulator, linijkę. Nie wolno używać telefonów, również jako kalkulatora, ani innych urządzeń. W części ustnej odpowiadamy na pytania z teorii. Po wejściu na salę otrzymujemy pytania. Odpowiedzi przygotowujemy na kartce papieru, z którą podchodzimy do odpowiedzi. Sprawdzana jest znajomość i rozumienie definicji, twierdzeń, sposobu ich formułowania, notacji matematycznej. Przygotowując się do części pisemnej należy równocześnie uczyć się teorii! **TO JEST JEDEN EGZAMIN!** Proszę zwrócić uwagę na poprawność wypowiedzianych twierdzeń, definicji itd., również pod kątem zgodności z regułami języka polskiego. Nie należy próbować formułować twierdzeń, definicji itd. własnymi słowami. Pytania i zagadnienia obejmują zakres wymaganej wiedzy teoretycznej oraz opis wymaganych umiejętności praktycznych.

Wykład i ćwiczenia opierają się na wiadomościach i umiejętnościach które powinny zostać nabyte w szkole ponadgimnazjalnej. Niektóre z poniższych punktów przypominają o tym.

Ze względów redakcyjnych kolejność pytań różni się od kolejności materiału na wykładzie i ćwiczeniach. Szczególnej uwadze polecam zagadnienia oznaczone symbolami ♠ oraz ♠♠.

Liczby zespolone

1. Aksjomaty liczb rzeczywistych. Ciało liczb rzeczywistych. Zbiór liczb zespolonych jako zbiór par liczb rzeczywistych z określonymi w nim działaniami spełniającymi pewne aksjomaty. Ciało liczb zespolonych.
2. ♠ Wzór dwumianowy Newtona.
3. ♠ Postać kartezjańska liczby zespolonej. Moduł. Sprzężenie. Ich własności. Dodawanie i mnożenie liczb zespolonych. Argument i postać trygonometryczna liczby zespolonej. Własności argumentu. Mnożenie i dzielenie liczb w postaci trygonometrycznej. Wykonywanie działań arytmetycznych na liczbach zespolonych.
4. Obliczanie pierwiastków stopnia 2 na podstawie definicji pierwiastka.
5. Wzory $\cos(x \pm y) = \dots$, $\sin(x \pm y) = \dots$. Inne wzory trygonometryczne.

6. Potęgowanie liczb zespolonych - wzór Moivre'a. Definicja pierwiastka stopnia n liczby zespolonej i jego obliczanie. Równanie $(z - b)^n + a = 0$, $n \in \mathbf{N}$, $a, b \in \mathbf{C}$.
7. ♠ Rozwiązywanie prostych równań stopnia 2 lub 3 o współczynnikach zespolonych lub o współczynnikach rzeczywistych i ujemnym wyróżniku ($\Delta < 0$).
8. Wielomiany Czebyszewa.
9. Definicja równania stopnia n . Rozwiązywalność równań stopnia n - istnienie rozwiązań dokładnych w zależności o stopnia równania.
10. ♠ Definicja wielomianu stopnia n . Twierdzeni Bézout. Zasadnicze twierdzenie algebry. Postać iloczynowa wielomianu. Twierdzenie o rozkładzie na iloczyn wielomianów stopnia co najwyżej drugiego.
11. Twierdzenie o dzieleniu wielomianów. Reszta z dzielenia wielomianów.
12. Funkcje wymierne. Ich dziedzina. Jakie funkcje wymierne nazywamy ułankami prostymi.
13. ♠ Przewidywany rozkład funkcji wymiernej na sumę ułanków prostych i (ewentualnie) wielomianu. Znajdowanie współczynników w najprostszych przypadkach: $\frac{ax+b}{px^2+qx+r}$.

Elementy algebry liniowej

14. Definicja macierzy. Wybrane rodzaje macierzy. Działania na macierzach, ich zakres i wykonalność. Własności działań.
15. Permutacja, transpozycja, znak permutacji. Definicja wyznacznika macierzy. Rozwinięcie Laplace'a.
16. Własności wyznaczników.
17. ♠ Definicja macierzy odwrotnej. Tw. Cauchy'ego o wyznaczniku iloczynu macierzy. Wnioski. Warunek istnienia macierzy odwrotnej. Znajdowanie macierzy odwrotnej do danej macierzy \mathbf{A} .
18. Rozwiązywanie równań macierzowych.
19. Rozkład **PUL** macierzy. Co to są operacje elementarne na macierzy i jak można je zapisać za pomocą działań na macierzach?
20. ♠♠ Układy n równań liniowych o n niewiadomych. Istnienie i liczba rozwiązań takiego układu - tw. Cramera i jego rozszerzenie.
21. ♠♠ Rozwiązywanie układów równań liniowych z parametrem.
22. ♠ Metoda eliminacji Gaussa. Rozwiązywanie układów równań o liczbie równań niekoniecznie równej liczbie niewiadomych.

Elementy rachunku wektorowego i geometri

23. Wektor zaczepiony i wektor swobodny w \mathbf{R}^n . Dodawanie wektorów i mnożenie przez liczbę.
24. ♠ Definicja iloczynu skalarnego wektorów i jego własności.
25. ♠ Długość wektora. Kąt pomiędzy wektorami. Warunek prostopadłości dwóch wektorów.
26. ♠ Odległość dwóch punktów w przestrzeni \mathbf{R}^n .
27. ♠ Definicja iloczynu wektorowego wektorów i jego własności. Interpretacja geometryczna.
28. ♠ Warunek równoległości dwóch wektorów.
29. ♠♠ Wielomian charakterystyczny macierzy. Wektory własne i wartości własne macierzy. **Zadanie obowiązkowe:** znaleźć wartości własne i wektory własne danej macierzy \mathbf{A} .
30. Diagonalizacja macierzy.
31. ♠ Wielomian macierzowy. Twierdzenie Cayleya-Hamiltona.
32. ♠♠ Różne równania prostej na płaszczyźnie, w szczególności przez dwa punkty. Wyprowadzenia.
33. ♠ Równania prostej w przestrzeni R^3 . Jak powstają?
34. ♠ Równanie płaszczyzny w R^3 . Jak powstaje?

Materiał niezrealizowany - nie dotyczy

35. Pierwiastki z jedności. Czym jest iloczyn takich pierwiastków? Jaką tworzą strukturę?
36. Odległość od płaszczyzny. Odległość pomiędzy dwoma płaszczyznami. Zadania.
37. Punkt symetryczny do danego względem danej płaszczyzny. Zadania.
38. Punkt symetryczny do danego względem danej prostej. Zadania.